Materiales para la familia

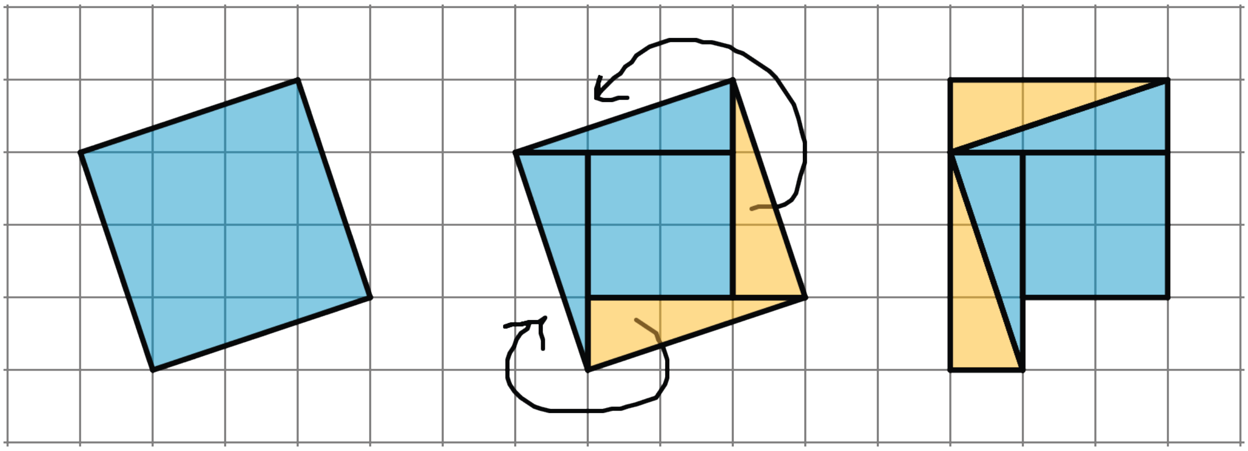
Teorema de Pitágoras y números irracionales

Longitudes de lado y áreas de cuadrados

Materiales para la familia 1

Esta semana, nuestros estudiantes van a enfocarse en la relación que hay entre la longitud de lado y el área de los cuadrados. Conocemos dos maneras principales de hallar el área de un cuadrado:

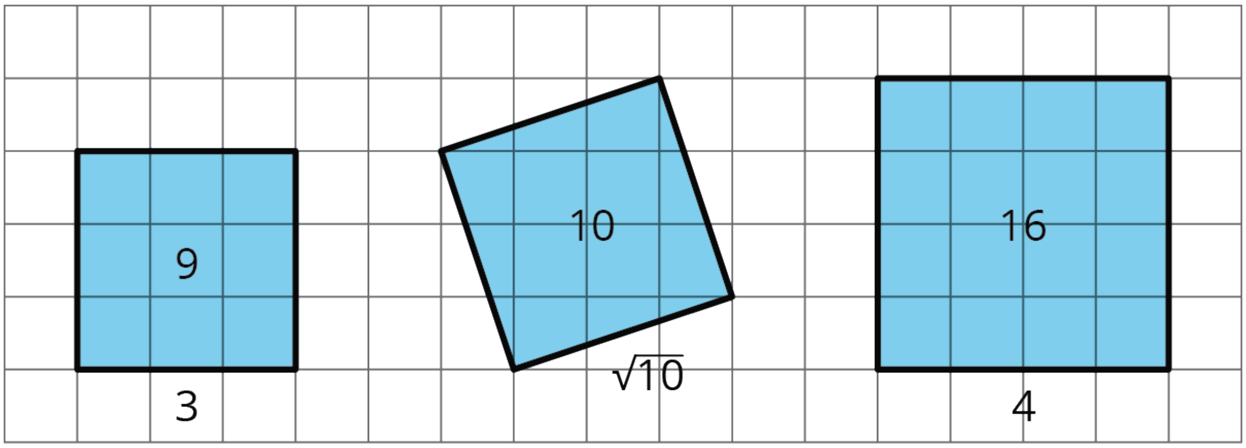
- Multiplicar la longitud de lado del cuadrado por sí misma.
- Descomponer y reorganizar el cuadrado de manera que podamos ver cuántas unidades cuadradas tiene adentro. Por ejemplo, si descomponemos y reorganizamos el cuadrado inclinado del diagrama, podemos ver que su área es 10 unidades cuadradas.



Pero, ¿cuál es la longitud del lado de este cuadrado inclinado? No puede ser 3 unidades, pues $3^2 = 9$, y no puede ser 4 unidades porque $4^2 = 16$. Para escribir "la longitud de lado de un cuadrado cuya área es 10 unidades cuadradas", usamos la notación llamada **raíz cuadrada**. Escribimos "la raíz cuadrada de 10" como $\sqrt{10}$, lo que significa "la longitud de lado de un cuadrado de área 10 unidades cuadradas". Todas las siguientes afirmaciones son verdaderas:

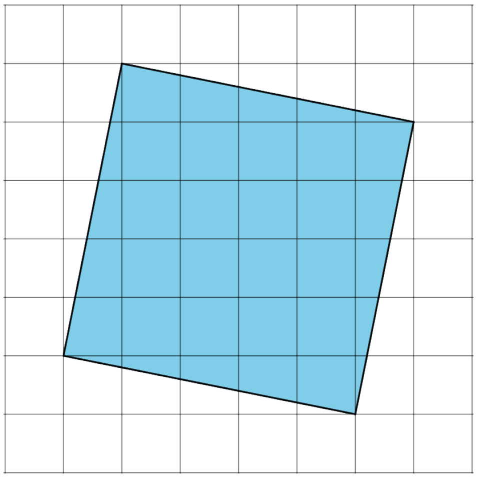
- $\sqrt{9} = 3$ porque $3^2 = 9$
- $\sqrt{16} = 4$ porque $4^2 = 16$

- $\sqrt{10}$ es la longitud de lado de un cuadrado de área 10 unidades cuadradas y $\left(\sqrt{10}\right)^2 = 10$



Esta es una tarea para que trabajen en familia:

Si cada cuadro de la cuadrícula representa 1 unidad cuadrada, ¿cuál es la longitud de lado del cuadrado inclinado? Expliquen su razonamiento.



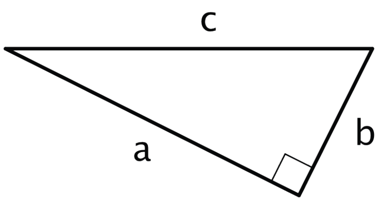
Solución:

La longitud de lado es $\sqrt{26}$ porque el área del cuadrado es 26 unidades cuadradas y la raíz cuadrada del área es la longitud de lado.

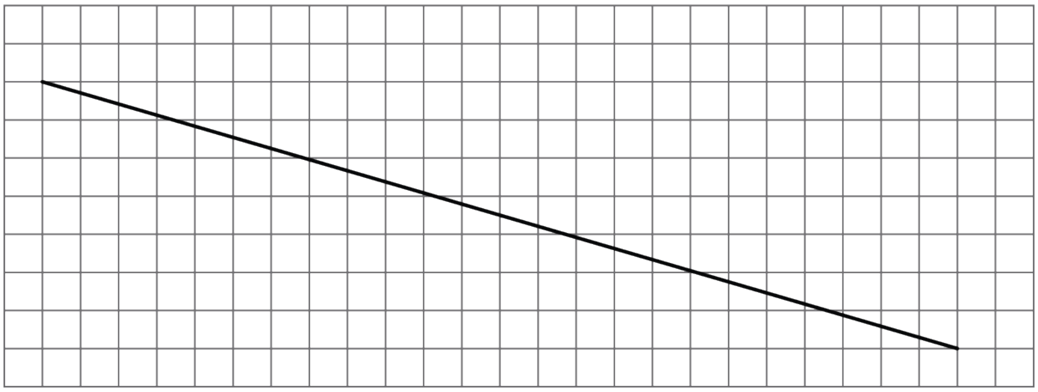
El teorema de Pitágoras

Materiales para la familia 2

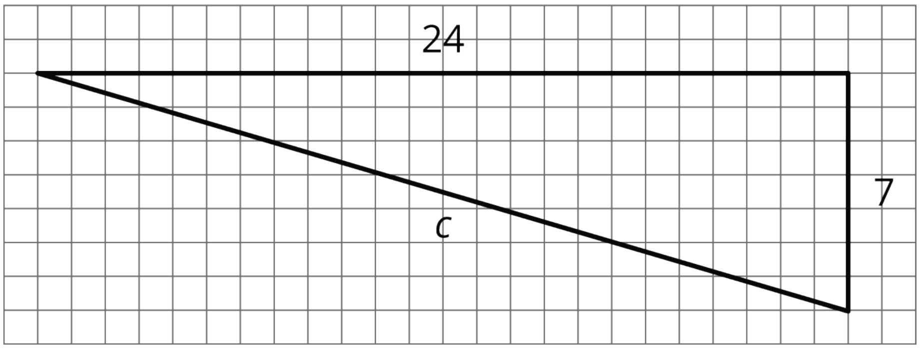
Esta semana nuestros estudiantes van a trabajar con el **teorema de Pitágoras**, que describe la relación entre los lados de cualquier triángulo rectángulo. Un triángulo rectángulo es cualquier triángulo con un ángulo recto. El lado opuesto al ángulo recto se llama hipotenusa y los otros dos lados se llaman catetos. Este es un triángulo con hipotenusa c y catetos a y b. El teorema de Pitágoras dice que en cualquier triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa. En otras palabras, $a^2 + b^2 = c^2$.



Podemos usar el teorema de Pitágoras para determinar si un triángulo es rectángulo o no, para encontrar la longitud de un lado de un triángulo rectángulo si conocemos las otras dos, y también para responder a preguntas sobre situaciones que pueden modelarse con triángulos rectángulos. Por ejemplo, supongamos que queremos hallar la longitud de este segmento:



Primero podemos dibujar un triángulo rectángulo y determinar la longitud de los dos catetos:

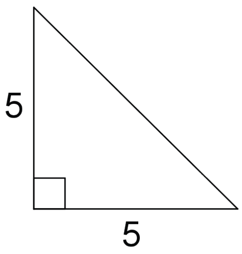


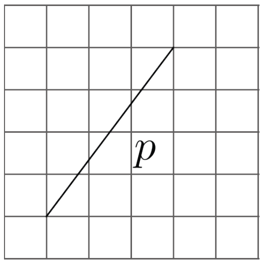
Después, como este es un triángulo rectángulo, sabemos que $24^2 + 7^2 = c^2$, lo que significa que la longitud del segmento es 25 unidades.

Esta es una tarea para que trabajen en familia:

1. Usen una raíz cuadrada para hallar de manera exacta la longitud de la hipotenusa de este triángulo.

2. ¿Cuál es la longitud del segmento p? Expliquen o muestren su razonamiento. Tengan en cuenta que cada cuadro de la cuadrícula representa 1 unidad cuadrada.





Solución:

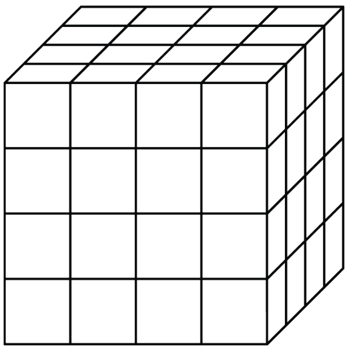
1. La longitud de la hipotenusa es $\sqrt{50}$ unidades. Como ambos catetos a y b miden 5 y el valor de la hipotenusa es desconocido, c, sabemos que la relación $5^2 + 5^2 = c^2$ es verdadera. Esto significa que $50 = c^2$, por lo tanto c debe ser $\sqrt{50}$ unidades.

2. La longitud de p es $\sqrt{25}$, es decir, 5 unidades. Si dibujamos un triángulo rectángulo, tendremos catetos de longitud 3 y 4, y la hipotenusa p. Así, la relación $3^2 + 4^2 = p^2$ es verdadera. Como $3^2 + 4^2 = 25 = p^2$, entonces p debe ser $\sqrt{25}$, es decir, 5 unidades.

Longitudes de lado y volúmenes de cubos

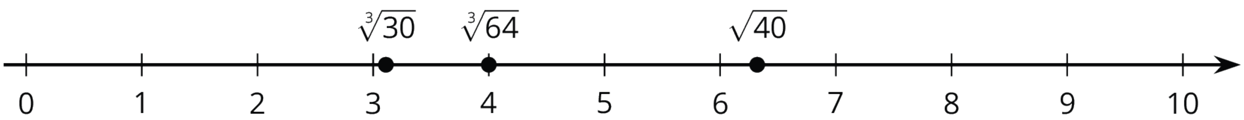
Materiales para la familia 3

Esta semana nuestros estudiantes van a aprender sobre raíces cúbicas. Anteriormente aprendimos que una raíz cuadrada es la longitud de lado de un cuadrado con una cierta área. Por ejemplo, si un cuadrado tiene un área de 16 unidades cuadradas entonces su longitud de lado es 4 unidades (pues $\sqrt{16} = 4$). Ahora, pensemos en un cubo sólido. El cubo tiene un volumen, y la longitud de lado del cubo es la raíz cúbica de su volumen. En este diagrama, el cubo tiene un volumen de 64 unidades cúbicas (pues $4^3 = 64$):



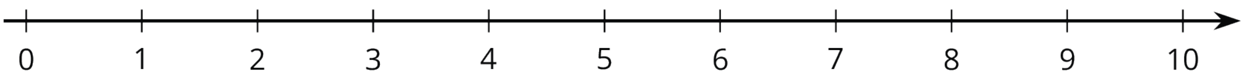
Incluso si no contáramos con la cuadrícula, podríamos concluir, a partir del volumen, que la longitud de lado es 4, pues $\sqrt[3]{64} = 4$.

Las raíces cúbicas que no son números enteros son también números que podemos ubicar en una recta numérica. Si tenemos los tres números $\sqrt{40}$, $\sqrt[3]{30}$ y $\sqrt[3]{64}$, podemos ubicarlos en la recta numérica estimando a qué enteros se encuentran cerca. Por ejemplo, $\sqrt{40}$ está entre 6 y 7, pues $\sqrt{36} < \sqrt{40} < \sqrt{49}$ y sabemos que $\sqrt{36} = 6$ y $\sqrt{49} = 7$. Igualmente, $\sqrt[3]{30}$ está entre 3 y 4 porque 30 está entre 27 y 64 ($\sqrt[3]{27} = 3$ y $\sqrt[3]{64} = 4$). La recta numérica se vería así:



Esta es una tarea para que trabajen en familia:

Ubiquen estos números en la recta numérica: $\sqrt{28}$, $\sqrt[3]{27}$, $\sqrt[3]{50}$



Solución:

Como $3^3 = 27$ significa que $\sqrt[3]{27} = 3$, podemos ubicar $\sqrt[3]{27}$ en el 3. Ahora, $\sqrt[3]{50}$ está entre 3 y 4 porque 50 está entre $3^3 = 27$ y $4^3 = 64$. Finalmente, $\sqrt{28}$ está entre 5 y 6 porque 28 está entre $5^2 = 25$ y $6^2 = 36$.